

单元素养测评卷(一)

第六章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

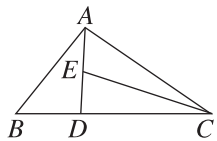
1. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} =$ ()
- A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{CA}$
- C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{AB}$

2. 等边三角形 ABC 的边长为 1, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ()
- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
- C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 设 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ 是平面内的一个基底, 则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是 ()

- A. $2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ B. $3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ 和 $2\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_1$
- C. $\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_1$ D. $\mathbf{e}_1$ 和 $\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$

4. [2026·唐山一中高一期中] 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上靠近 B 的三等分点, 若 E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{CE} =$ ()



- A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$
- C. $-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = x, b = 2, B = 60^\circ$, 若 $\triangle ABC$ 有两解, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $2 < x < 2\sqrt{3}$ B. $2 < x < \frac{4\sqrt{3}}{3}$
- C. $\sqrt{3} < x < 2$ D. $2 < x < \frac{5\sqrt{3}}{3}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, E 为边 AB 上一点, CE 与 AD 交于点 F , 若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FD}$, 则 $\frac{AE}{EB} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{6}$

7. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, 且 $a \cos C = b + \frac{2}{3}c$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

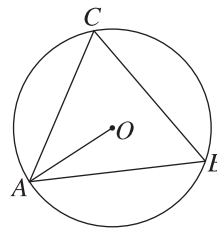
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
- C. 等腰三角形 D. 钝角三角形

8. 如图, O 是锐角三角形 ABC 外接圆的圆心, 内角 A ,

B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $A = \frac{\pi}{3}$, 若

$\frac{\cos B}{\sin C} \overrightarrow{AB} + \frac{\cos C}{\sin B} \overrightarrow{AC} = 2m \overrightarrow{AO}$, 则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1



二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是 ()

A. 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$, 且 $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{b} = \mathbf{c}$

B. 已知 $|\mathbf{a}| = 6, \mathbf{e}$ 为单位向量, 若 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{e} \rangle = \frac{3\pi}{4}$, 则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{e}$ 上的投影向量为 $-3\sqrt{2}\mathbf{e}$

C. 设 $\mathbf{m}, \mathbf{n}$ 为非零向量, 则“存在负数 λ , 使得 $\mathbf{m} = \lambda \mathbf{n}$ ”是“ $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} < 0$ ”的充分不必要条件

D. 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} > 0$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角是锐角

10. [2026·龙岩高一期中] 已知 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 其中 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 均为非零向量, 则下列结论正确的是 ()

- A. $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| < |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ B. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| > |\mathbf{b}|$
- C. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| > |\mathbf{a}|$ D. $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = |\mathbf{a} - 2\mathbf{b}|$

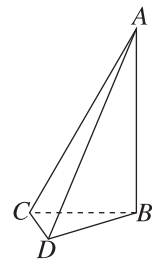
11. [2026·宁波高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 向量 $\mathbf{m} = (\sin A, \sin B), \mathbf{n} = (\cos B, \cos A)$, 且 $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = \sin 2C$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $C = \frac{\pi}{3}$
- B. 若 $a = 4, b = 6$, 则 $c = 2\sqrt{7}$
- C. 若 $c = 7, \triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 16
- D. 若 $c = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 2), \mathbf{b} = (1, t)$, 若 $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$, 则实数 t 的值为 _____.

13. 振风塔享有“万里长江第一塔”的美誉. 某中学社会实践小组为测量振风塔的高度, 开展了一次实地测量的活动. 如图, 他们在塔底 B 所在的水平地面上选取 C, D 两点, 测得 $CD = 21$ 米, $\angle BCD = 15^\circ 31'$, $\angle BDC = 150^\circ$, 在点 C 处测得塔顶 A 的仰角为 60° , 则振风塔的高度 AB 约为 _____ 米. (结果精确到整数, 参考数据: $\sin 14^\circ 29' \approx$



$0.25, \sqrt{3} \approx 1.732$)

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, AC = 3, \angle BAC = 90^\circ$, D 在边 BC 上 (不包括端点), 延长 AD 到 P , 使得 $AP = 9$, 若 $\overrightarrow{PA} = m\overrightarrow{PB} + \left(\frac{3}{2} - m\right)\overrightarrow{PC}$ (m 为常数), 则 CD 的长度为 _____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 已知向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{b} = 4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, 其中 $\mathbf{e}_1 = (1, 0), \mathbf{e}_2 = (0, 1)$.

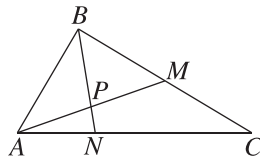
(1) 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 及 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$;

(2) 求向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 夹角的余弦值.

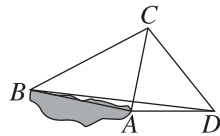


16. (15 分)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $A = 60^\circ$,
 $a = \sqrt{7}, b = 2$.
 (1)求 c .
 (2)求 $\sin 2B$.

17. (15 分)如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB = 2, AC = 4, \angle BAC = 60^\circ$, M 是 BC 的中点, N 是 AC 上的点,且 $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC}$, AM, BN 相交于点 P . 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{AC} = \boldsymbol{b}$.
 (1)若 $x = \frac{1}{3}$,试用向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{PN}$;
 (2)若 $AM \perp PN$,求实数 x 的值.



18. (17 分)某景区为打造风景亮点,欲在一不规则湖面区域(图中阴影部分)上 A, B 两点之间建一条观光通道,在湖面所在平面(不考虑湖面离地平面的距离,视湖面与地平面为同一平面)内到点 B 的距离为 50 米的点 C 处建一凉亭,到点 B 的距离为 70 米的点 D 处再建一凉亭,测得 $\angle ACB = \angle ACD, \cos \angle ACB = \frac{\sqrt{10}}{5}$.
 (1)求 $\sin \angle BCD$ 的值.
 (2)求凉亭 C 与凉亭 D 之间的距离 CD .
 (3)测得 $AC = AD$,观光通道每米的造价为 2000 元,若景区准备预算资金 8 万元建观光通道,问:预算资金够用吗?(参考数据: $\sqrt{15} \approx 3.873$)



19. (17 分)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $a \cos C + \sqrt{3}c \sin A = b + 2c$.
 (1)求角 A 的大小.
 (2)设 D 为边 BC 上一点,且满足 $AD = 1$.
 (i)若 $AB = 2, AB \perp AD$,求 AC 的长;
 (ii)若 $BD = DC$,求 BC 的取值范围.